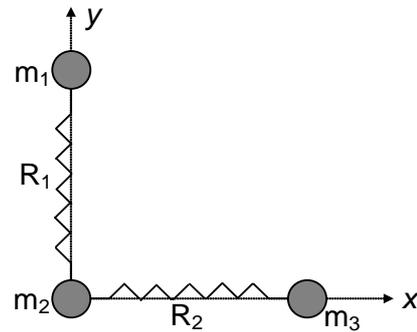
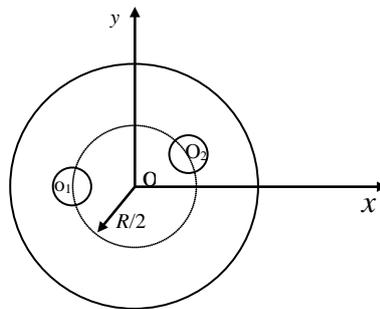


Dinámica de sistemas de partículas

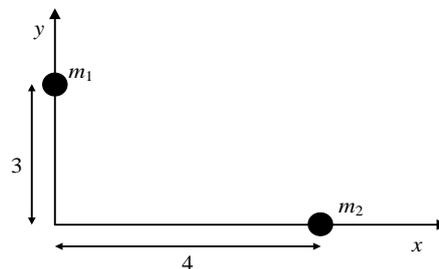
- 1.- (*) Tres masas $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 4$ kg y $m_3 = 3$ kg están unidas mediante dos resortes y todo el sistema está colocado sobre una superficie horizontal perfectamente lisa. La tensión en el resorte R_1 es $T_1 = 5$ N y en R_2 es $T_2 = 10$ N. Soltamos el sistema en esta posición. Se piden las aceleraciones iniciales de:
- Cada una de las masas.
 - Del centro de masas de m_1 y m_2 .
 - Del centro de masas de las tres.



- 2.- (*) A una lámina circular, delgada y homogénea de radio R se le han practicado dos orificios circulares de radio $r = R/4$, situados como indica la figura. Sabiendo que $OO_1 = OO_2 = R/2$ que el ángulo que forman es de 150° , determinen las coordenadas del centro de masas del cuerpo.

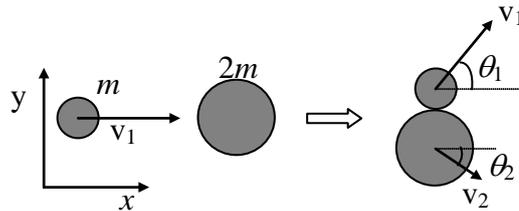


- 3.- (*) Las masas $m_1 = 10$ kg y $m_2 = 6$ kg de la figura están unidas por una barra de masa despreciable. Estando en reposo son sometidas a las fuerzas $\vec{F}_1 = 8\vec{i}$ N, que actúa sobre la masa m_1 , y, $\vec{F}_2 = 6\vec{j}$ N, que actúa sobre la masa m_2 .
- Expresen las coordenadas del centro de masas en función del tiempo.
 - Expresen el momento lineal total en función del tiempo.



- 4.- (*) Determinen el centro de masa de una barra maciza, de sección circular, y cuya densidad varía linealmente con la distancia a uno de sus extremos, siendo su valor en uno de ellos cuatro veces el del otro.

- 5.- Un vaso de beber tiene la forma de un cilindro cuyas dimensiones son 9 cm de alto y 8 cm de diámetro. Su base tiene una masa de 140 g, mientras que la masa de las paredes cilíndricas es de 85 g.
- ¿Dónde está el centro de masas?
 - Si el vaso está lleno tres-cuartos de zumo (densidad 1 g/cm^3). ¿Dónde está el centro del sistema vaso-zumo? Consideren despreciable el espesor del cristal.
- 6.- Un camión y un coche ruedan por dos calles perpendiculares y llegan a la intersección de ambas al mismo tiempo. Se produce un choque inelástico quedando los dos juntos. Calculen:
- La velocidad que adquiere el conjunto después del choque y la dirección en que salen despedidos
 - El espacio que recorren hasta pararse, después del choque, si el coeficiente de rozamiento es μ .
 - La pérdida de energía cinética en el choque.
- Datos: Masa del camión $M = 10 \text{ Tm}$, masa del coche $m = 1 \text{ Tm}$, velocidad del camión $v = 72 \text{ km/h}$, velocidad del coche $v = 144 \text{ km/h}$, $\mu = 0.2$.
- 7.- (*) La figura muestra el resultado de un choque de dos masas desiguales en el sistema de referencia del laboratorio, donde $v_{1i} = 3v_o$, $v_{1f} = \sqrt{5}v_o$, $v_{2f} = \sqrt{2}v_o$, $\text{tg}\theta_1 = 2$ y $\text{tg}\theta_2 = 1$.
- Demuestra que se conserva el momento en este choque.
 - Demuestra que este choque es elástico calculando las energías inicial y final.

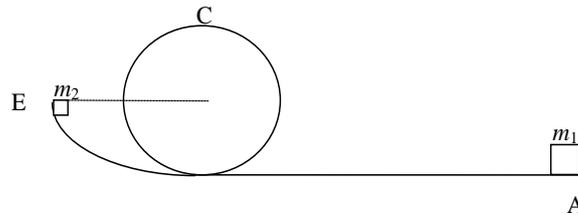


- 8.- (*) Desde una torre de 95 m de altura se deja caer una piedra y, un segundo después, se lanza otra idéntica desde el suelo hacia arriba en la misma vertical chocando ambas en el punto medio de la altura de la torre. Si el choque es elástico, conservándose, por ello, la energía y el momento, ¿Cuáles son las nuevas velocidades de ambas piedras después del choque? ¿Hasta qué nueva altura asciende la primera piedra? Si no hubiese chocado, ¿Hasta qué altura hubiese subido la segunda piedra?
- 9.- Dos bolas de marfil B_1 y B_2 , de masas m_1 y m_2 están suspendidas de dos hilos inextensibles de longitud l . Las bolas se tocan sin presión cuando los hilos están verticales. Separamos B_1 de su posición de equilibrio un ángulo de 60° , manteniendo el hilo extendido y en el mismo plano vertical que el otro hilo, soltamos B_1 y entonces viene a chocar contra la bola B_2 , que estaba inmóvil. Se pide calcular en los tres casos siguientes:
- $m_2 = 2m_1$
 - $m_1 = 2m_2$
 - $m_1 = m_2$
- La velocidad v_1 de B_1 cuando ésta choca con B_2 .
 - Las velocidades de ambas bolas después del choque, supuesto perfectamente elástico.
 - Las alturas a que ascenderán después del choque en el tercer caso.
- 10.- Una manzana de 170 g está colocada sobre un poste de 2.8 m de altura. Una flecha de 45 g moviéndose horizontalmente a 130 m/s pasa horizontalmente a través de la manzana y

cae al suelo a 36 m de la base del poste. ¿ A qué distancia del poste cae la manzana ?. Desprecien el efecto de la resistencia del aire sobre ambos objetos así como cualquier fricción entre la manzana y el poste.

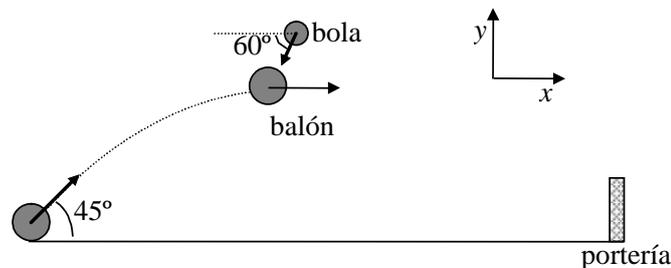
11.- (*) Se trata de empujar un carrito de masa $m_1 = 2$ kg de modo que pase un bucle circular de 1.8m de diámetro.

a) Si después de pasar el bucle, en el punto E hay un tope de goma de masa $m_2 = 4$ kg, que por un descuido está prácticamente sin fijación. ¿ A qué altura sobre E subirán carrito y tope si chocan inelásticamente?



b) ¿Qué energía se ha perdido en ese choque inelástico?

12.- (*) Un futbolista lanza un balón de 400 g de masa desde el suelo y a 28 m de la portería, con $v = 20$ m/s y un ángulo de 45° con la horizontal. Cuando está en el punto más alto de

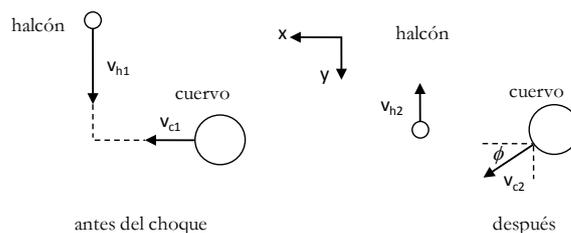


la trayectoria, una bola de nieve de 200 g de masa lanzada por un espectador desde la grada choca contra él y se le queda pegada. La velocidad de la bola es de 10 m/s y forma un ángulo de 60° con la horizontal, estando contenida en el mismo plano en el que se mueve el balón. ¿Meterá gol el futbolista? Datos: Altura de la portería = 2.4 m.

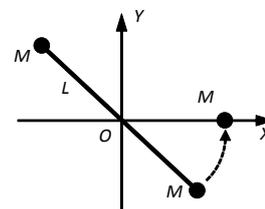
13.- Dos patinadores P_1 y P_2 , de masa respectivas m_1 y m_2 , se desplazan sobre dos rectas paralelas en el mismo sentido. Llegados al mismo nivel, se agarran rígidamente el uno al otro. Suponiendo que no existe rozamiento. ¿Cómo será el movimiento de los patinadores una vez unidos?

14.- Para proteger a sus crías en el nido, los halcones peregrinos vuelan tras las aves de rapiña (como los cuervos) con gran velocidad. En uno de tales episodios, un halcón de 600 g que vuela a 20.0 m/s choca con un cuervo de 1.50 kg que vuela a 9.0 m/s. El halcón choca con el cuervo en ángulo recto con respecto a su trayectoria original y rebota, en sentido contrario, a 5.0 m/s. a) ¿En qué ángulo cambió el halcón la dirección del vuelo del cuervo? b) ¿Cuál era la velocidad del cuervo inmediatamente después del choque?

Examen.



15.- (*) Dos partículas puntuales iguales, de masa M , están unidas mediante una varilla de longitud L y masa despreciable. El sistema, colocado sobre el plano horizontal, gira sin rozamiento con velocidad angular ω alrededor del centro de la varilla. Considere un sistema de referencia cuyo origen O coincide con el centro de la varilla y cuyo plano XY es el plano horizontal (ver figura). El centro de la varilla no está fijo en O , sino que puede moverse sobre el plano. Colocamos una masa M , en reposo, en el punto $(L/2, 0, 0)$. Una de las masas unida a la varilla choca con ella, quedando unidas tras la colisión. Calcular:



- Posición y velocidad del centro de masas del sistema de tres partículas justo antes del choque.
 - Velocidad del centro de masas del sistema justo después del choque y en cualquier instante posterior.
 - El momento angular del sistema respecto al centro de masas, justo antes y justo después del choque.
- La velocidad angular de rotación del sistema alrededor del centro de masas tras el choque.
- La pérdida de energía cinética sufrida tras el choque.

16.- (*) Se lanza un proyectil de 3kg con un ángulo de 30° sobre la horizontal y con una velocidad inicial de 120m/s. En la parte superior de su trayectoria, explota en dos partes de 1 y 2kg de masa. El fragmento de 2kg cae al suelo directamente debajo del punto de explosión, 3,6 segundos después de que ésta se ha verificado.

- Determinar la velocidad del fragmento de 1kg inmediatamente después de la explosión.
- Determinar la distancia entre el punto de disparo y el punto en el cual el fragmento de 1 kg choca contra el suelo.
- Determinar la energía liberada en la explosión.